

# KATIHAL FİZİĞİ-2

## BÖLÜM-5 DİELEKTRİK ÖZELLİKLER

**1)DİELEKTRİKLERİN SINIFLANDIRILMASI:** Bir katının dielektrik sabiti;  $\epsilon=1+4\pi P/E$  (cgs) şeklindedir. Burada P polarizasyon E ise elektrik alandır.  $P/E=\chi$  alınganlık olarak tanımlanır. Katıların dielektriklik derecesini belirleyen en önemli faktör P dir. Bileşke momenti sıfır olup sabit polarizasyon gösteren kristallere **elektret** denir. Kristaller çeşitli yöntemlerle elektret yapılabilir. Elektretin ısısal etki ile polarizasyonu değiştirilirse **payroelektrik** kristal elde edilmiş olur. Kristalin polarizasyonunun mekanik etki ile değiştirilmesine de **piezoelektriklik** denir. Zayıf elektriksel alanda polarizasyon doğrultusunu kolayca değiştiren kristallere **ferroelektrik** kristaller denir.

**2)PLASMA OPTİĞİ:** Serbest elektron gazının elektrik alan içerisindeki hareket denklemi  $m \frac{d^2x}{dt^2} = -eE$  dir. Birim hacim için dipol moment  $P(\omega)=-nex$  kullanılarak dielektrik fonksiyonu  $\epsilon(\omega)$   $=1 - \frac{4\pi ne^2}{m\omega^2}$  olarak bulunur. Plasma frekansı  $\omega_p^2=4\pi ne^2/m$  dir. İyon tabanının frekansın çok yüksek değerlerinde dielektrik sabiti  $\epsilon(\infty)$  ise elektron gazının dielektrik fonksiyonu  $\epsilon(\omega)=\epsilon(\infty)[1-\omega_p^2/\omega^2]$  dir. Elektromanyetik dalgalar  $\epsilon$  artı olunca yayılırlar,eksi olunca yansılırlar.

**3)PLASMADA ENİNE OPTİK KİPLER:** İsootropik bir ortamda elektromanyetik dalga denklemi  $\frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 \vec{E}$  (cgs) şeklinde olup  $E \propto e^{-i\omega t} e^{iK \cdot r}$ , buradan dispersiyon bağıntısı  $\epsilon(\omega, K)\omega^2=c^2 K^2$  olarak bulunur. K'nın küçük değerleri için enine **plasma** dalgalarını tanımlayan **dispersiyon** bağıntısı  $\omega^2=\omega_p^2+c^2 K^2/\epsilon(\infty)$  şeklindedir.

**4)BOYUNA PLASMA SALINIMLARI:** Dielektrik fonksiyonunun sıfırları boyuna kip frekanslarını belirler. Bir plasmada boyuna kutuplanma dalgasının dipol momenti  $\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$  dir.  $K=0$  yakınında  $\epsilon(\omega_L)=0$  dir. Dispersiyon bağıntısı  $\epsilon(\omega)\omega^2=\epsilon(\infty)[\omega^2-\omega_p^2]=c^2 K^2$  şeklindedir. Bu durumda Fermi gazının boyuna salınımlarının dağıtım bağıntısı  $\omega \cong \omega_p (1 + \frac{3k^2 V_f^2}{10V_p^2} + \dots)$  şeklindedir.

**5)PLASMON:** Bir metal içinde iletim elektronu gazının topluca boyuna uyarılmasına plasma salınımları, plasma salınımlarının kuantumuna da **plasmon** denir. İnce bir metal filmine gönderilen elektron plasmon enerjisinin tam katlarına eşit olacak şekilde enerji kaybına uğrar.

**6)POLARİTONLAR:** Kristalde fonon –fonon alanının kuantumuna **polariton** denir. Birim hacimde etkin yükü q, indirgenmiş kütlesi m olan N tane iyondan oluşmuş plasmanın polariton dağıtım bağıntısı  $\left| \begin{array}{cc} \omega^2 - c^2 K^2 & 4\pi \omega^2 \\ Nq^2/m & \omega^2 - \omega_E^2 \end{array} \right| = 0$  dan bulunur. Burada  $\omega_E$  enine optik fonon frekansı olup K dan bağımsızdır. Boyuna ve enine salınımlar arasında bir bağıntı vardır. Bu bağıntıya LTS bağıntısı denir ve  $\omega_B/\omega_E^2=\epsilon(0)/\epsilon(\infty)$  şeklindedir.

**7)POLARON:**Kristalde elektron-fonon etkileşmesinde elektron ile elektronun zorlanma alanının (fonon) bileşimine **polaron** denir. Bu durumda elektronun kütlesinde artma görülür. Kristalde polaron bağlanma katsayısı  $\alpha=2(E_{def}/\hbar\omega_B)$ ,

Polarizasyonun etkin kütlesi ise  $m_{pol}^* \cong m^* \left( \frac{1-0,0008\alpha^2}{1-1/6\alpha+0,0034\alpha^2} \right)$  bağıntısıyla bulunur. $\alpha$  polaron bağlanma katsayısı iyonik kristallerde büyük,kovalent kristallerde küçüktür.

**8)ÇİZGİSEL METALLERİN PEIERLS KARARSIZLIĞI:**Mutlak sıfır civarında çizgisel bir metal iletim bandı yörüngelerini dolduran elektron gazının  $G=2k_F$  dalga vektöründe,durgun örgü bozulması için kararsızdır. Deformasyon durumunda fermi yüzeyinde bir enerji aralığı oluşarak elektronların enerjileri bu aralığın altına düşer ,bu durum **Peierls kararsızlığı**dır.

Deformasyonda R denge bozulması, $d(E_{elek}+E_{elast})/dR=0$  denklemiyle bulunur. Ortalama elastik enerji

$E_{elast}=1/2CR^2\langle\cos^2 2k_F x\rangle$  şeklindedir. Deformasyon enerjisi (minimum);  $\frac{\hbar^2 k_f^2}{mAR} = \sinh\left(-\frac{\hbar^2 k_f^2 \pi C}{4mA^2}\right)$

olup,bu denklemden R denge bozulması belirlenebilir.

## BÖLÜM-6 SÜPERİLETKENLİK

**1)SÜPERİLETKENLİK:**Süperiletkenlik durumu, metalde iletim elektronlarının düzenli bir sıralanma gösterdikleri durum olarak tanımlanabilmektedir. Bu düzenli sıralanma elektronların gevşek tarzda bir araya gelerek çiftler oluşturmaları şeklindedir. elektronlar geçiş sıcaklığının altında düzgün bir sıralanma gösterirler, bunun üstünde ise bu sıralanma yok olur. Bu düzgün sıralanmanın yapısı ve oluş nedeni 1957 yılında **Bardeen, Cooper ve Schrieffer** tarafından açıklanmıştır ve BCS teorisi olarak fizik literatürüne girmiştir.

**2)MANYETİK ALANIN SÜPERİLETKENLİĞE ETKİSİ VE MEİSSNER OLAYI:**Süperiletkenliğin ortaya çıktığı kritik sıcaklığa karşılık gelen manyetik alan şiddeti  $H_c=H_0 [1-(T/T_c)^2]$  şeklindedir. Burada  $H_0$  süperiletkenliğin tümüyle ortadan kalktığı alan şiddeti, T ise herhangi bir sıcaklıktır. Bir ince süperiletken telin manyetik alınganlığı  $\chi_s=-1/4\pi$  (cgs) şeklindedir. Bu durumda  $dB/dt=0$  olup ideal bir iletkende manyetik manyetik akının değişmediğini gösterir. Yani soğutma sırasında geçiş sıcaklığında, metalden akı değişmemektedir. İşte Meissner olayı bu sonucun karşıtını ortaya koymakta ve tam bir diyamanyetikliğin süperiletkenlik halinin temel özelliği olduğunu söylemektedir (1933).

**3)SÜPERİLETKENLİĞİN TERMODİNAMİĞİ:** Normal ve süperiletken fazlar arasındaki entropi farkı  $S_n - S_s = -\frac{H_c}{4\pi} \frac{dH_c}{dT}$  şeklindedir. Bu durumda normal durum ve süper iletkenlik durumu arasındaki ısı sığası farkı  $\Delta C=T_c/4\pi(dH_c/dT)^2+TH_c/4\pi(d^2H_c/dT^2)$  şeklindedir.  $T=T_c$  durumundaki ısı sığası farkı **Rutger bağıntısı** olarak bilinir. Mutlak sıfırda süperiletken durumunun dengeleme enerjisi (perdeleme enerjisi)  $\Delta U=H_c^2/8\pi$  kadardır.

**4)LONDON DENKLEMİ:** Bir süperiletkende akım yoğunluğu A vektör potansiyeline ve elektronların sızma derinliğine  $\vec{J} = -\frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \vec{A}$  şeklindedir. Burada manyetik alan  $\vec{B} = rot\vec{A}$  dır. Bu denklem **London denklemi**dir. Bu denklem Maxwell denklemleriyle birleştirildiğinde  $\nabla^2 B = B/\lambda_L^2$  elde edilir. Bunun düzlem sınırında B(0) için bir boyutlu çözümü  $B(x)=B(0)e^{-x/\lambda_L}$  dir.

Burada  $\lambda_l = \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi nq^2}}$  şeklinde London sızma derinliğidir. Burada m kütle, q yük, c ışık hızı, n elektron yoğunluğudur. Sızma derinliği mutlak sıfırda Sn için  $3,4 \cdot 10^{-6}$ cm, Cd için  $11 \cdot 10^{-6}$  cm, Nb için  $3,9 \cdot 10^{-6}$  cm dir.

**5)BCS TEORİSİ:** Bu teori süperiletkenliğin kuantum teorisidir. Bu teorinin başarıları özetle şöyledir.

- Elektronlar arasındaki çekici bir etkileşme, taban ve uyarılmış durumlar arasında bir enerji aralığının ortaya çıkmasına yo açar. Kritik alan, ısısal özellikler ve elektromanyetik özelliklerin pek çoğu enerji aralığının sonucudur. Bazı özel durumlarda, süperiletkenlik enerji aralığı olmadan da ortaya çıkabilir.
- Elektron-örgü-elektron etkileşmesi, gözlenen büyüklükte bir enerji aralığını ortaya koyabilir.
- Sızma ve uyum uzunlukları teorinin sonuçları olarak ortaya çıkar. Uyum uzunluğu sızma uzunluğu ile birlikte süper iletkenliği karakterize eder. Uyum uzunluğu  $\zeta = 2\hbar v_F / \pi E_g$  şeklindedir.
- Bir elementin ya da alaşımın geçiş sıcaklığını veren kriter, yörüngelerin Fermi düzeyindeki  $D(E_F)$  elektron yoğunluğunu ve elektriksel dirençten bulunabilen U elektron-örgü titreşimini içine alır.  $U \cdot D(E_F) \ll 1$  için, BCS teorisi  $T_c = (1,14) \cdot \theta \cdot e^{-1/UD(E_F)}$  olması gerektiğini varsaymaktadır. Burada  $\theta$  Debye sıcaklığı, U çekici etkileşmedir.
- Süper iletken bir halkadan geçen manyetik akı kuantumlanmıştır ve etkin yük birimi e yerine 2e dir. BCS teorisinde taban durumu elektron çiftlerini öngörür, böylece, çiftlerin 2e yükleri cinsinden akı kuantumlanması teorinin doğal bir sonucudur. Buradaki elektron çiftlerine **Cooper çiftleri** denir.

**6)SÜPERİLETKENDE AKI KUANTUMLANMASI:** Bir süper iletken halkadan geçen toplam manyetik akı  $\Phi = \int_c B \cdot d\sigma = 2\pi \hbar c \cdot s / q$  şeklinde bulunur. Buradaki s sayısı akı kuantum sayısıdır. Bir elektron çifti için S=1 de akı değeri yaklaşık  $2,0678 \cdot 10^{-7}$ gauss.cm<sup>2</sup> bulunur. Halkadan geçen toplam akı  $\Phi = \Phi_{dış} + \Phi_{süp}$  şeklindedir. dış akının kuantumlanma şartı yoktur.

**7)SÜPERİLETKEN TİPLERİ:** Genel olarak iki tip süper iletken vardır. her iki tip süper iletken de Meisner olayının oluşumu farklıdır. İyi bir I.tip süperiletken, bir manyetik alanı süper iletkenlik aniden yok olana kadar dışarıda tutar, ancak bundan sonra alanı tümü ile içeri alır. İyi bir II.tip süper iletken ise, bir  $H_{c1}$  alan değerine kadar alanı tümü ile dışarıda tutar.  $H_{c1}$  in üzerinde, alanın bir kısmı dışarıdadır ancak, iletken elektriksel olarak süperiletken özellik gösterir. Daha da yüksek bir  $H_{c2}$  alanında, akı tümü ile girer ve süper iletkenlik yok olur.

uyum uzunluğu sızma derinliğinden uzunsu iletken I.tip süperiletkenidir. Saf metallerin çoğu bu tipe girerler. Ancak, ortalama serbest yol kısa ise, uyum uzunluğu kısadır, sızma derinliği ise uzundur, bu taktirde süper iletken II.tip süper iletken olur.  $H_{c1}$ ,  $H_{c2}$  ve  $H_c$  arasında yaklaşık olarak  $(H_{c1} \cdot H_{c2})^{1/2} = H_c$  bağıntısı vardır.

**8)TEK PARÇACIK SIZMASI (TÜNEL OLAYI):**İki metal arasında çok ince bir yalıtkan tabaka varsa metalin birinden diğerine elektronların geçiş olasılığı vardır. Bu durum tünel olayıdır. Uygun şartlar altında, süper iletken elektron çiftleri de tünel olayını gerçekleştirebilmektedirler. Tünel olayında elektrik ve manyetik alan olmada da elektron sızması gerçekleşebilmektedir. Bu olay **doğru akım Josephson olayı** dir. Süper iletkene doğru akım voltajı uygulanırsa eklem boyunca bir doğru akım oluşur ve bu olaya da **alternatif akım josephson olayı** denir.

## BÖLÜM-7

### DİELEKTRİKLER VE FERROELEKTRİKLER

**1)DİELEKTRİKLER VE FERROELEKTRİKLER:**Bir dielektrik materyalin toplam dipol

$$\text{momenti } \vec{P} = \sum q_n \vec{r}_n$$

dir. Bir su molekülünün dipol moment türünden elektrik alanı cgs'de  $E(\vec{r}) = \frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{p}}{r^5}$

şeklindedir. Su için  $p=1,9 \cdot 10^{-18}$  esb.cm dir. Elektrik alanın etkisiyle dielektrikler kutuplanabilmektedirler. Basit dipollerin yükleri, dielektriğin içinde birbirlerini dengelerler, yalnız dış yüzeydeki yükler bunlara uymazlar. Paralel ve düz plakalar arasındaki (kondansatör) dielektrik kutuplanmaya karşı koyar, bu  $E_d = -4\pi P = -\gamma P$  şeklindedir. Burada  $\gamma$  kutuplanmayı giderici faktördür. Bunun değeri düz plakalar için  $4\pi$ , küre için  $4\pi/3$  dür.

Elipsoid şekilli bir dielektrik içinde kutuplanma elektrik alana bağlı olarak  $P = \chi E$  dir. Dielektrik sabiti  $\epsilon$  olan kübik bir ortamın boşluğa göre dielektrik sabiti  $\epsilon = 1 + 4\pi\chi$  şeklindedir. Burada  $\chi$  dielektrik alınganlıktır. Dielektrik sabitini Lorentz bölgesel alanının geçerli olduğu bölgelerde,

elektiriksel kutuplanabilirliğe bağlayan  $\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = \frac{4\pi}{3} \sum N_j \alpha_j$  şeklinde **Clausius-Mossotti**

bağıntısıdır. Bu bağıntı  $\epsilon = n^2$  kırılma indisinin karesi alındığında bağıntı **optik bölge** için yazılmış

olur. Elektronik kutuplanabilirlik frekansa da bağlıdır. Bu bağımlılık  $\alpha_{elek} = \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_{ij}}{w_{ij}^2 - w^2}$

şeklindedir. burada  $f_{ij}$ , i ve j atomik durumları arasındaki elektiriksel dipol geçişlerinin salınıcı gücü olarak tanımlanır.

**2) FERROELEKTRİK KRİSTALLER:** Bir kristalde kendiliğinden ortaya çıkan elektiriksel kutuplanmaya **ferroelektiriklik** denir. Bu kristaller ekeltriksel alan yokkende bir dipol momentine

sahiptirler. Bir ferroelektirik kristalin Clausius-massotti bağıntısı  $\epsilon = \frac{1 + \frac{8\pi}{3} \sum N_i \alpha_i}{1 - \frac{4\pi}{3} \sum N_i \alpha_i}$  şeklindedir.

Burada  $\alpha_i$  i tipi bir iyonun elektronik ve iyonik kutuplanabilirlikleri toplamı,  $N_i$  ise birim hacim başına i iyonlarının sayısıdır. Bir atom çiftinde  $\alpha = a^3/2$  ise sistem ferroelektirik özellik gösterir.

**3) LANDAU FAZ DÖNÜŞÜMÜ TEORİSİ:** Ferroelektirik ve paralektirik durumlar arasında olduğu gibi normal ve süper iletken durumlar arasındaki geçişlerde ikinci dereceden faz geçişleridir. Bir boyutta Landau serbest enerji yoğunluğu  $F = -EP + g_0 + 1/2 g_2 P^2 + 1/4 g_4 P^4 + \dots$  şeklindedir. Burada g'ler sıcaklığa bağlı enerji genlikleri, P ise kutuplanmalardır. F'nin minimum değeri **Helmholtz serbest enerjisi** olarak bilinir.  $T < T_0$  için uygulanan alan sıfır ise minimum enerji  $|P_s| = (\gamma/g_4)^{1/2} (T_0 - T)^{1/2}$  dir ve bu durumda faz dönüşümü de II.derecedendir. Fakat  $g_4$  negatif olduğunda dönüşüm I.derece olur. Geçiş sıcaklığı üzerinde iyi bir yaklaşıkla Landau serbest enerjisi  $E = \gamma(T - T_0)P$  dir. Bu durumda dielektrik sabiti cgs'de  $\epsilon(T > T_c) = 1 + 4\pi/\gamma(T - T_0)$  olarak bulunur. Bu denklemde; I.dereceden dönüşüm varsa  $T_0 < T_c$ , II.dereceden dönüşümde  $T = T_c$  alınır.

**4) ANTİFERROELEKTRİKLER:** Bazı dielektriklerde, ferroelektirik geçişlerin hemen hemen bütün özelliklerini taşıyan faz dönüşümleri vardır. Bunlarda dielektrik sabitleri bir maksimumdan geçer, ısı sığasında bir düzensizlik vardır, örgünün büyüklüğünde ve simetrisinde değişimler gözlenir. Buna en iyi örnek kurşun-zirkonat ( $PbZrO_3$ ) dir. Bu kristalin alt örgülerinin kutuplanma eksenleri, paralel olmayacak şekilde yönelmişler ve bileşke kutuplanmayı sıfır yapmışlardır. Dielektriğin bu durumuna **antiferroelektiriklik** denir ve geçiş sıcaklığı da **Curie sıcaklığı** olarak bilinir. Toplam 32 kristal sınıfından 22 sinde antiferroelektiriklik gözlenir.

**5) PIEZOELEKTRİKLİK:** Ferroelektirik durumundaki bütün kristaller aynı zamanda piezoelektiriklerdir. Bu kristallerde dıştan uygulanan bir Z zoru elektiriksel kutuplanmayı değiştirir. İşte bu duruma piezoelektiriklik denir. Bir boyutta piezoelektirik denklemler cgs'de  $P = Zd + E\gamma$  ve  $e = Zs + Ed$  şeklindedir. Burada P kutuplanma, Z zor, d dielektrik zorlanma sabiti, E elektiriksel alan,  $\gamma$  dielektrik alınganlık, e elastik zorlanma, s elastik uyum sabitidir. Bu kristale iyi bir örnek **kuartz**

kristalidir.

## BÖLÜM-8 MANYETİK ÖZELLİKLER

**1)MANYETİK ÖZELLİKLER:**Cisimler manyetik alan içerisine konunca bir  $m'$  manyetik momentine sahip olur. Bu durumda birim hacim başına manyetik moment olan mıknatıslanma  $M=m'/V+\sum m_0$  olur. Burada  $m_0$  elemanter manyetik momenttir. Serbest bir atomun manyetik momenti üç ana kısımdan oluşur; elektronların sahip oldukları spin, çekirdek etrafındaki yörünge açılal momentumları ve uygulanan manyetik alanın etkisi ile ortaya çıkan yörünge momenti değişimi. Maddenin manyetik alınganlığı  $\chi=M/B$  (cgs) şeklindedir.

**2)DIAMANYETİZM:**Bir cismin uygulanan bir manyetik alanın içerisinde iken, elektriksel yüklerin cismin iğini manyetik alandan kısmen yalıtma eğilimidir. Bu durum **Lenz kanununa** benzer. Atomların ve iyonların diyamanyetikliklerinin incelenmesinde **Larmor teoreminden** faydalanılır. Bu teorem çekirdek etrafındaki elektronların yörünge açılal frekanslarını  $\omega=eB/2mc$  (cgs) olarak öngörür. Bu durumda oluşlan ilmek akımı  $I = -Ze \frac{1}{2\pi} \frac{eB}{2mc}$  (cgs) şeklindedir. Küresel simetrik yük

dağılımı için birim hacimde manyetik alınganlık  $\chi = \frac{N\mu}{B} = -\frac{NZe^2}{6mc^2} \langle r^2 \rangle$  (cgs) olarak bulunur.

Bu klasik **Ladjevin denklemdir**. Burada  $\mu$  ilmeğin manyetik momenti, N birim hacimde atom sayısıdır.

Elektron gazının diyamanyetikliğini 1930 lu yıllarda **Landau** gösterdi. Bu durumda periyodik hareket kuantumlanmış ve bunun sonucunda da elektron gazının enerjisi değişmiştir. Böylece elektron gazı sıcaklıktan bağımsız diyamanyetiklik gösterir ve bu diyamanyetikliğin değeri

$$\chi_A = -\frac{4\mu M_B^2}{h^2} \left(\frac{\pi}{3}\right)^{2/3} N^{1/3} \text{ dir.}$$

**3)PARAMANYETİZM:**Manyetik alınganlıkları artı olan cisimler paramanyetiklerdir. Dış alan bulunması durumunda bir mıknatısın manyetik enerjisi  $U=-\mu_0 H \cos\theta$  şeklindedir. Paramanyetik maddenin ortalama manyetik momenti, elemanter magnetin  $\theta$  açısı altında yönelme olasılığını da

$$\text{içeren Boltzmann fonksiyonunda hesaba katılarak, } \mu = \langle \mu_0 \cos\theta \rangle = \mu_0 \frac{\int_0^\pi \cos\theta \cdot e^{\beta \cos\theta} \sin\theta \cdot d\theta}{\int_0^\pi e^{\beta \cos\theta} \sin\theta \cdot d\theta} = \mu_0$$

$(\coth\theta - 1/\beta)$  olarak bulunur. Burada  $\beta=\mu_0 H/kT$  dir.  $\beta \ll 1$  olduğunda ortalama  $\mu=\mu_0^2 H/3kT$  olur. Maddenin bir gram molekülü için paramanyetik alınganlık  $\chi_A=N\langle\mu\rangle/H=N\mu_0^2/3kT$  olur. Bu **Curie kanunudur**. Paramanyetizmin sıcaklığa bağıllığı **Langevin** tarafından geliştirilmiştir.

**4)PARAMANYETİZMİN KUANTUM TEORİSİ:**Serbest uzayda bir atomun ya da iyonun manyetik momenti;  $\vec{\mu} = \gamma \hbar \vec{J} = -g\mu_B \vec{J}$  şeklindedir. Burada g jiromanyetik oran ya da spektroskopik yarıma faktörü,  $\mu_B=e \hbar/2mc$  şeklinde Bohr magnetonu, J toplam açılal momentumdur. Manyetik alandaki bir sistemin enerji düzeyleri  $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = m_j g\mu_B B$  şeklindedir.  $m_j=\pm 1/2$  ve  $g=2$  için  $U=\pm\mu_B \cdot B$  dir. İki düzeye sahip bir sistemde ( $N=N_1+N_2$ ) birim hacimdeki N atom için bileşke

mıknatıslanma ,  $x=\mu B/kT$  olmak üzere;  $M=\mu(N_1-N_2)=N\mu \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = N\mu \tanh x$  büyüklüğündedir.

Bir manyetik alanda, J açılal momentum kuantum sayılı bir atomun  $2j+1$  tane eşit aralıklı enerji

düzeıı vardır. Bu durumda mıknatıslanma **Brillouin fonksiyonu** cinsinden  $M = NgJ\mu_B B_j(x)$  şeklindedir. Burada  $x = gJ\mu_B B/kT$  dir.  $x \ll 1$  için manyetik alınganlık  $M/B = C/T$  şeklinde Curie kanununa yaklaşıır.

Metallerde iletım elektronlarının paramanyetik alınganlığını belirleyen mıknatıslanma, serbest elektron gazı için **Fermi-Dirac dağılıımı** kullanılarak,  $M = \mu^2 D(\epsilon_F) B = \frac{3N\mu^2_B}{2kT_F}$  şeklinde bulunur.

Burada elektronların uzaysal hareketlerinin manyetik alandan etkilenmediği varsayılmıştır.

**5)FERROMANYETİKLİK:** Bir ferromagnet, manyetik alanın bulunmaması halinde bile var olan, kendiliğinden oluşmuş bir manyetik momente sahiptir. Bu özellik elektron çiftlerine sahip olmayan atomlarda görülür. Çıfrlenmemiş elektronların spinleri bu durumu belirler. Ferromagnetler zayıf alanlarda bile doymaya ulaşabilen büyük mıknatıslanmalar gösterir. Doyma mıknatıslanması sıcaklığa bağlıdır ve **Curie sıcaklığında** sona erer.  $\mu/\mu_B$  magneton sayısının büyüklüğu, katıların elektronik enerji bantlarının spektrumu ile de ağıklanabilmektedir.

**6)CURIE SICAKLIğI:** Üzerindeki sıcaklıklarda kendiliğinden, mıknatıslanmanın yok olduğu sıcaklıktır ( $T_c$ ). Bu sıcaklık düzenli paramanyetik fazı, düzensiz paramanyetik fazdan ayırır. Paramanyetik bir faza bir  $B_a$  alanı uygulandığında, sınırlı mıknatıslanmadan dolayı bir  $B_E$  alanı meydana gelir. Bu durumda mıknatıslanma  $M = \chi_p(B_a + B_E)$  olur. Burada  $\chi_p$  paramanyetik alınganlıktır. **Pierre Weiss** yaklaşıımına göre  $B_E = \lambda M$  dir. Burada  $\lambda$  ortalama alan sabitidir.  $T = C\lambda$  Curie kanunu ile

birleştirildiğinde, ortalama alan sabiti  $\lambda = T_c / C = \frac{3kT}{N \cdot g^2 \cdot S(S+1) \mu_B^2}$  şeklindedir. Burada S spin

kuantum sayısıdır. Kristalde i ve j atomları arasında enerji etkileşmesi  $U = -2\vec{J}\vec{S}_i\vec{S}_j$  şeklinde J değişim integraline ve S spinlerine bağlıdır. Bu eşitlik **Heisenberg modeli** olarak tanımlanır. J

integrali ile  $\lambda$  arasında, iyi bir yaklaşıklıkla,  $J = \frac{3kT_c}{2zS(S+1)}$  bağıntısı yazılabilir. Burada z bir atomun en yakın komşuları sayısıdır.

**7)MAGNONLAR:** Kuantumlanmış spin dalgasına magnon denir. Basit bir ferromagnetin taban durumunda, bütün spinleri paraleldir. Her biri S büyüklüğünde olan bir çizgi veya halka üzerindeki, en yakın komşusuna Heisenberg bağıntısı ile bağlı N tane spin için, Heisenberg bağıntısı;

$U = -2J \sum_{p=1}^N \vec{S}_p \cdot \vec{S}_{p+1}$  şeklindedir. Bu durumda sistemin taban durumunda değişim enerjisi  $U_0 = -2NJS^2$

bulunur. İlk uyarılmış durumun enerjisi de  $U_1 = U_0 + 8JS^2$  dir. Spin dalgaları bir örgüde birbirine göre dömuş durumdaki spinlerin salınımlarıdır. Buna karşılık örgü titreşimleri (fononlar), örgüdeki atomların birbirlerine göre konumlarındaki salınımlarıdır. P. Spin için hareket denklemi  $d\vec{S}_p / dt = (2J/\hbar)(\vec{S}_p \times \vec{S}_{p-1} + \vec{S}_p \times \vec{S}_{p+1})$  dir. Bu denklemin kartezyen koordinatlarda çizgisel

çözümünden elde edilen katsayılar determinantı  $\begin{vmatrix} iw & (4JS/\hbar)(1 - \cos ka) \\ -(4JS/\hbar)(1 - \cos ka) & iw \end{vmatrix} = 0$  dır.

Bu bağıntı magnonların dağınım bağıntısıdır. Burada k dalga sayısı, a ise örgü sabitidir. Bir magnonun enerji kuantumu da  $E_k = (n_k + 1/2) \hbar \omega_k$  dir. Burada  $n_k$  kuantum sayısı,  $\omega_k$  açısal frekanstır.

**8)MAGNONLARIN ISISAL UYARILMASI:** Isısal denge halinde, magnon kuantum sayısı  $n_k$ 'nin

ortalama dağılıımı  $\langle n_k \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_k/kT} - 1}$  **Planck dağılıımı** ile verilir. T sıcaklığında uyarılmış toplam

magnon sayısı ise;  $\sum_k n_k = \int d\omega D(\omega) \langle n(\omega) \rangle$  şeklindedir.  $\hbar\omega = (2J \cdot S \cdot a^2)k^2$  yaklaşıımında toplam

sayı,  $D(\omega) = (1/4\pi^2)(\hbar/2Jsa^2)^{3/2}\omega^{-1/2}$  olmak üzere;  $\sum n_k = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{\hbar}{2Jsa^2}\right)^{3/2} \int_0^\infty d\omega \frac{\omega^{1/2}}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}$  dir. Bu durumda birim hacim için N atom sayısı  $Q/a^3$  olmak üzere mıknatıslanma değişimi  $\Delta M = M(0) \cdot (0,0587/SQ)[kT/2JS]^{3/2}$  şeklinde **Bloch** kanununa götürür.

## BÖLÜM-9

### ANTİFERROMANYETİZM VE MANYETİK REZONANS

**1)ANTİFERROMANYETİZM:** Bir katı içerisinde spinler, net moment sıfır olacak şekilde, birbirlerine paralel olmayan bir düzende bulunabilirler, bu tür katılara **antiferromagnet** denir. Bu durumu 1932’de **Neel** keşfetmiştir. Manyetik katının böyle bir davranış içerisinde girdiği sıcaklığın üst sınırına **Neel sıcaklığı** denir. Bir paramanyetik kristalde,  $T=0$  K’de doyma mıknatıslanması manyetik iyonların manyetik momentlerinin paralel sıralanması ile elde edilen değere karşılık gelmiyorsa bu kristal **ferrimagnettir**. Bunlar  $MO.Fe_2O_3$  düzenindedirler. Burada M; Fe, Ni, Co, Cu, Zn...gibi elementlerdir. Bunlar elektriksel olarak zayıf iletkenlerdir. Antiferromanyetik etkileşen A ve B spin örgüleri için, etkileşme enerji yoğunluğu,  $U = -\frac{1}{2}(\vec{B}_A \cdot \vec{M}_A + \vec{B}_B \cdot \vec{M}_B) = 1/2\lambda M_A^2 + \mu \vec{M}_A \cdot \vec{M}_B + 1/2\omega M_B^2$  şeklindedir. Ortalama alan yaklaşımında Neel sıcaklığı  $T_N = \mu C$  şeklinde olup, burada C bir tek alt örgüye aittir.  $T > T_N$  paramanyetik bölgesinde alınganlık;  $\chi = \frac{2CT - 2\mu C^2}{T^2 - (\mu C)^2} = \frac{2C}{T + T_N}$  şeklindedir. Bu koşulda antiferromanyetik kristaller için deneysel sonuç  $\chi = 2C/(T + \theta)$  dir. Ferromanyetik kristallerde mıknatıslanmayı belirli doğrultularda yönelten **magnetokristal** ya da **anisotropi enerjisi** vardır. Kobalt’da bu enerjinin yoğunluğu  $U_k = K_1' \sin^2\theta + K_2' \sin^4\theta$  şeklindedir.

**2)MANYETİK REZONANS:** Spinli bir yüklü parçacık, makroskopik bir B alanının etkisi altında kaldığında enerji düzeyinde yarılmalar oluşur (Zeeman olayı gibi...). Durumlar arasındaki geçişler, foton emilmesi ile uyarılabilir. Yüksek frekanslı fotonların  $h\nu$  enerjisi, elektron veya çekirdeklerin iki arasındaki manyetik olarak etkilendirilmiş enerji ayrılığına eşit olunca manyetik rezonans ortaya çıkar. Bir katıdaki ilk manyetik rezonans deneyi 1945 de **Zavoisky** tarafından gerçekleştirildi. Katı ve sıvıların çekirdeklerindeki spin rezonans çalışmaları da ilk kez, **Purcell, Torrey** ve **Pound** (1946) ile **Bloch, Hansen** ve **Packard** (1946) tarafından gerçekleştirildi.

**3)NÜKLEER MANYETİK REZONANS (NMR):** Manyetik momenti  $\vec{\mu}$  ve açısal momentumu  $\hbar\vec{I}$  olan bir çekirdekte, manyetik moment  $\vec{\mu} = \gamma\hbar\vec{I}$  dir. Bu çekirdeğin  $\vec{B}_a = B_0\hat{z}$  dış manyetik alanıyla etkileşme enerjisi  $U = -\gamma\hbar B_0 I_z$  dir. Burada  $I_z$ ’nin izinli değerleri  $m_I = +I, \dots, -I$  dir. Burada I çekirdeğin spin kuantum sayısıdır.  $I = 1/2$  ise enerji düzeyi ikiye yarılr. Bu durumda rezonans enerjisi  $\hbar\omega_0 = 2\mu B_0 = \gamma\hbar B_0$  şeklindedir. Buradan da manyetik soğurma şartı  $\omega_0 = \gamma B_0$  bulunur.

**4)MANYETİK ALANDA HAREKET DENKLEMLERİ:** Tek izotoplu bir sistemde çekirdek mıknatıslanmasının değişim hızı  $d\vec{M}/dt = \gamma\vec{M} \times B_a$  şeklindedir.  $\vec{B}_a = B_0\hat{z}$  ve  $M_z = M_0 = \chi_0 B_0 = CB_0/T$  durumunda üst ve alt düzeyler arasındaki çokluk farkı ile orantılı  $M_z = (N_1 - N_2)\mu$  mıknatıslanması oluşur. Isısal denge durumunda, denge mıknatıslanması ise  $M = N\mu \tanh(\mu B/kT)$  dir.  $M_z$  ısısal denge durumunda olmadığında,  $dM_z/dt = (M_0 - M_z)/T_1$  şeklinde dengeye ulaşır. Burada  $T_1$  durulma zamanıdır. Bu denklemin çözümü  $M_z(t) = M_0(1 - e^{-t/T_1})$  şeklindedir. Enine durulmalar için mıknatıslanmaların diğer bileşenlerinin de hızı vardır ve bunların denklem takımlarına **Bloch denklemleri** denir. Bloch denklemleri,  $B_1$  genlikli bir döner manyetik alandan güç soğurmasını verecek şekilde çözülebilir;

$$B_x=B_1\cos\omega t, B_y=-B_1\sin\omega t. \text{ Bu durumda güç soğurması da } p(\omega) = \frac{\omega\gamma M_z T_2}{1 + (\omega_0 - \omega)^2 T_2^2} B_1^2 \quad (\text{cgs})$$

şeklinde olur. Burada  $T_2$  enine durulma zamanıdır.

**5) ÇİZGİ GENİŞLİĞİ:** Manyetik dipollerin örgüsünde, manyetik dipolar etkileşme, genellikle, çizgi genişlemesinin en önemli nedenidir. Birinci dipolden  $\vec{r}_{12}$  uzaktaki  $\vec{\mu}_2$  dipolü dolayısı ile  $\vec{\mu}_1$  dipolünün gördüğü  $\Delta B_{\text{lokal}}$  manyetik alanı;  $\Delta \vec{B} = \frac{3(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{r}_{12})\vec{r}_{12} - \vec{\mu}_2 r_{12}^2}{r_{12}^5}$  (cgs) olmaktadır. Bu manyetostatığın sonucudur. Yakın komşu etkileşmelerinin çok daha etkin olmasından dolayı spin rezonans çizgi genişliği cgs'de yaklaşık  $\Delta B \approx \mu/a^3$  kadardır. Burada  $a$ , en yakın komşular arası uzaklıktır. Örneğin protonlar için  $2A^{01}$ lık ayrılma durumunda çizgi genişliği 2 gauss kadardır.

**6) FERROMANYETİK VE ANTİFERROMANYETİK REZONANS:** Ferromagnetlerde, mikro dalga spin rezonansı, prensipte çekirdek spin rezonansı ile aynıdır. Ferromanyetik elektronlar arasındaki kuvvetli değişim bağı (coupling), çizgi genişliğine dipolar katkıyı azaltır, bunun sonucunda da, ferromagnetin rezonans çizgileri oldukça keskin bir şekilde oluşurlar. yüksek sıcaklıklarda paramanyetik, ancak  $T < T_N$  durumunda antiferromanyetik düzenlenme gösteren bir katı için,  $T_N$ 'nin üzerinde rezonans gözlenir. Bu durum 1952'de **Keffer** ve **Kittel** tarafından, antiferromanyetik rezonansın, çok daha yüksek enerjili fotonların soğurulması ile oluşabileceği gösterilerek açıklandı. Bu frekans  $10^{11}$ - $10^{12}$ Hz aralığındadır. Bu durum manyetik anisotropi ve manyetik alt örgüler arasındaki değişim alanından kaynaklanmaktadır. Buna göre antiferromanyetik rezonans şartı  $h\nu = g\mu_b \{ [B_A(2B_E + B_A)]^{1/2} \pm (1-\alpha)B_a \}$  şeklinde olur. Burada  $B_A$  anisotropik alan,  $B_E$  alt örgü alanı,  $B_a$  uygulanan dış alan,  $g$  spektroskopik yarıma faktörü,  $\alpha$  ise mıknatıslanma giderici faktörlerdir.

**7) KNIGHT KAYMASI:** Belirli bir frekansta, metalde çekirdek spininin rezonansı, diyamanyetik katıninkinden biraz farklı bir manyetik alanda gözlenir, buna Knight kayması denir. Kayma, verilen bir manyetik alan büyüklüğü için, daima yüksek frekansa doğrudur ve uygulanan alanla doğru orantılıdır. Kayma büyüklüğü  $K = \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta B}{B}$  dir. Ağır elementler için kaymalar daha büyüktür.

**Mehmet TAŞKAN**

#### KAYNAK:

1) “**Katıhal Fizikine Giriş**”, Prf.Dr.Tahsin Nuri Durlu, Ankara üniversitesi yayınları-1992, 2.Baskı.

2) “**Atom ve Molekül Fizik**” Prf.Dr.Erol Aygün-Doç.Dr.D.Mehmet Zengin, Ankara Üniversitesi yayınları-1992